



Disciplines en optimisation de formes de structures mécaniques

L'optimisation de forme de structures mécaniques est un domaine en forte évolution ces dernières années. Pour [ALLAIRE, 2005] [1], « après l'étape de modélisation d'un problème physique ou d'un système industriel (éventuellement à l'aide d'équations aux dérivées partielles), après l'étape de simulation numérique, la démarche du mathématicien appliqué (qu'il soit ingénieur ou chercheur), ne s'arrête pas là : il lui faut souvent agir sur le phénomène ou le système afin d'en améliorer certaines performances ». Cette troisième partie où l'ingénieur améliore les performances de sa structure est l'étape d'optimisation, c'est-à-dire de la minimisation (ou de la maximisation) d'une fonction qui dépend de la solution du modèle. Ainsi, pour définir le problème d'optimisation de structures (ou de formes) en mécanique, [ALLAIRE, 2010] [2] propose trois paramètres :

- « un modèle (typiquement une équation aux dérivées partielles) » permettant l'analyse du comportement mécanique de la structure,
- « un critère que l'on cherche à minimiser ou maximiser, et éventuellement plusieurs critères » qui constitue la fonction objectif ou coût du problème,
- « un ensemble admissible de variables d'optimisation qui tient compte d'éventuelles contraintes que l'on impose aux variables » l'espace de conception ou variable de conception.

Dans le cas de l'optimisation de forme, les variables concernées sont les formes des structures elles-mêmes. C'est, pour [ALLAIRE, 2006] [2], une optimisation plus compliquée que « l'optimisation traditionnelle où les variables sont par exemple les propriétés des matériaux ». Il distingue 3 grandes catégories d'optimisation de forme de structures en mécanique que sont :

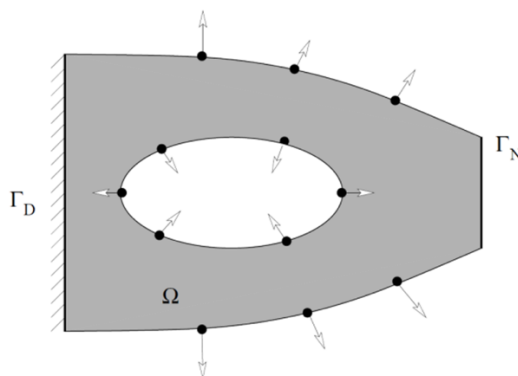
- « l'optimisation de forme paramétrique où les formes sont paramétrées par un nombre réduit de variables (par exemple, une épaisseur, un diamètre, des dimensions) ». Cette catégorie d'optimisation ne permet pas l'exploration d'autres formes possibles ou admissibles mais elle permet de trouver (de

calculer) les dimensions optimales des formes paramétrées (formes existantes dans le modèle).

- « *l'optimisation de forme géométrique où, à partir d'une forme initiale, on varie la position des frontières de la forme* ». Cette optimisation grâce à la variation des frontières permet de trouver les contours optimisés pour les structures sans changer leur topologie initiale, c'est-à-dire le nombre de trous en 2 dimensions.
- « *l'optimisation de forme topologique où l'on cherche, sans aucune restriction explicite ou implicite, la meilleure forme possible quitte à changer de topologie* ». Cette troisième catégorie d'optimisation, la plus complexe d'entre les trois, est une méthode appropriée pour la phase de conception d'une nouvelle pièce car elle permet d'explorer de nouveaux concepts et de trouver des solutions dans les zones de « non confort » pour les ingénieurs.

Dans la suite de cet article, nous allons présenter en détails ces différentes disciplines d'optimisation de formes de structure en mécanique du point de vue de l'ingénieur mécanicien. Certains aspects mathématiques (existence des solutions, méthodes mathématiques et numériques de résolution, etc.), ne seront pas abordés car notre objectif est de présenter les différentes disciplines sur le plan d'un ingénieur d'étude et non d'un mathématicien.

L'**optimisation paramétrique** consiste à déterminer les dimensions optimales pour les formes paramétrées. Dans cette catégorie d'optimisation, on représente les formes géométriques par un petit nombre de paramètres. Pour [ALLAIRE, 2006] [2], on représente la frontière variable par des courbes entièrement caractérisées par quelques paramètres réels qui sont les variables d'optimisation du problème. Par exemple, pour déterminer la forme optimale dans la classe des rectangles plans, il suffit de définir deux paramètres que sont la longueur et la largeur pour caractériser toutes les formes admissibles.



Point de contrôle pour l'optimisation géométrique [ALLAIRE, 2006] [2]

L'**optimisation géométrique** consiste à déterminer les formes optimales en faisant varier les frontières des structures. L'inconnu est dans ce cas un contour (2D) ou une surface (3D). Cette optimisation se réalise sans changement de la topologie initiale (en

2 dimensions, la topologie constitue le nombre de composants connexes). Le domaine variable est constitué par les nœuds du maillage sur le bord Γ appelés points de contrôle.

Dans le cas de l'optimisation de forme géométrique, l'une des difficultés de mise en œuvre informatique est la gestion de l'évolution d'une géométrie nécessitant la mise à jour du maillage à chaque nouvelle itération.

L'optimisation géométrique permet de déformer une configuration initiale sans changer de topologie. Ce qui paraît raisonnable si on a une idée a priori de la topologie optimale (ce qui n'est souvent pas le cas dans de nombreuses conceptions). Pour [ALLAIRE, 2006] [2], les inconvénients de l'approche d'optimisation géométrique sont :

- le manque de variation de la topologie
- la présence de nombreux minima locaux (dus à la forte sensibilité aux conditions limites et à la qualité du maillage)
- le coût très élevé du remaillage (surtout en 3D)
- la non existence de solutions optimales dans certains cas.

Alors l'**optimisation de forme topologique** permet de combler ces manques de l'optimisation de forme géométrique en déterminant la topologie et les frontières optimales de la structure. Dans cette optimisation où l'inconnue est la topologie de la pièce, on peut voir apparaître ou disparaître des trous et des renforts, ou avoir des changements de connexion entre éléments.

Afin de faciliter la liaison entre le calcul et la simulation, notamment pour les étapes de pré-dimensionnement, il est important de définir des règles qui vont permettre au concepteur de garantir une certaine cohérence du produit et faciliter les calculs. Ces règles s'ajoutent à toutes celles qui assurent la qualité numérique et structurelle du modèle. Durant les phases d'optimisation, de nombreuses itérations entre les logiciels de CFAO et de simulation numérique sont nécessaires.

Il est donc important d'introduire dès les premières phases de conception les paramètres sur lesquels on souhaite jouer afin de pouvoir optimiser le produit (épaisseur de tôle, forme de base que l'on peut étirer, ...). Ces paramètres doivent être également liés à des contraintes de fabrication. En effet, il est nécessaire de connaître jusqu'à quel niveau il est possible de modifier ces paramètres sans engendrer de nouvelles difficultés pour la fabrication de la pièce (paroi fine, forme trop compliquée qui nécessite des outillages coûteux, ...).

Cas d'étude

Afin d'illustrer l'utilisation de l'optimisation numérique dans un cadre industriel, un exemple concret est présenté.



Figure 1 - Pièce à optimiser

Cet exemple a été réalisé pour la société NPL qui est une société ardennaise spécialisée dans le découpage, l'emboutissage et l'assemblage des pièces en tôle. La pièce à optimiser est une pièce de sécurité (Figure 1) provenant de l'assemblage d'une colonne de guidage produite par la société [NPL](#).

Cette pièce est sollicitée de manière antagoniste dans son fonctionnement. En réalité, sous certaines conditions de fonctionnement, elle doit respecter certaines conditions (déplacement et contraintes) bien spécifiques et, pour un cas de charge extrême, doit rompre afin de protéger l'utilisateur. Après une analyse du cahier des charges permettant de cerner les différents paramètres de la pièce ainsi que le problème d'optimisation, le processus présenté à la figure 2 a été mis en place pour l'optimisation. Il permet de coupler plusieurs disciplines d'optimisation afin d'obtenir les résultats en fonction des exigences du cahier des charges. Le couplage principal étant basé sur une optimisation topologique et topographique / forme (techniques particulières d'optimisation géométrique).

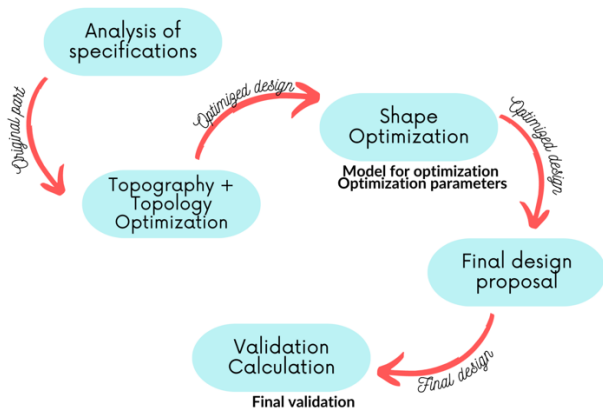


Figure 2 - Processus d'optimisation

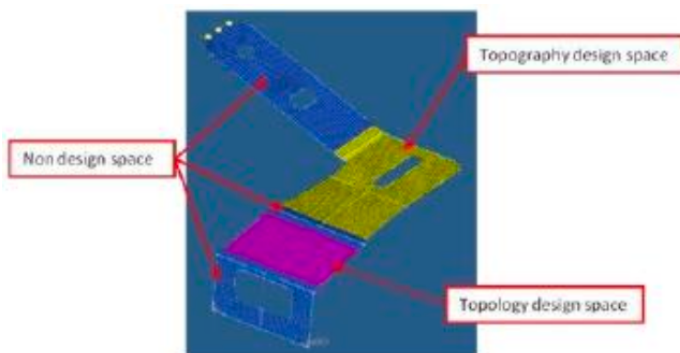


Figure 3 - Définition des espaces de conception

L'optimisation topographique mise en place dans cette étude a pour but de rigidifier la structure de la pièce afin de respecter les critères en déplacement dans certains cas de charge. Par contre, le couplage avec la topologie permet de trouver la meilleure répartition de matière dans la zone de rupture souhaitée pour le cas de charge où la structure doit rompre. La mise en données (Figure 3) pour ces deux optimisations

consiste à définir les zones "design" et "non design" ainsi qu'à formuler le problème d'optimisation.

Les résultats de ce couplage topologie / topographie sont présentés sur la *figure 4*.

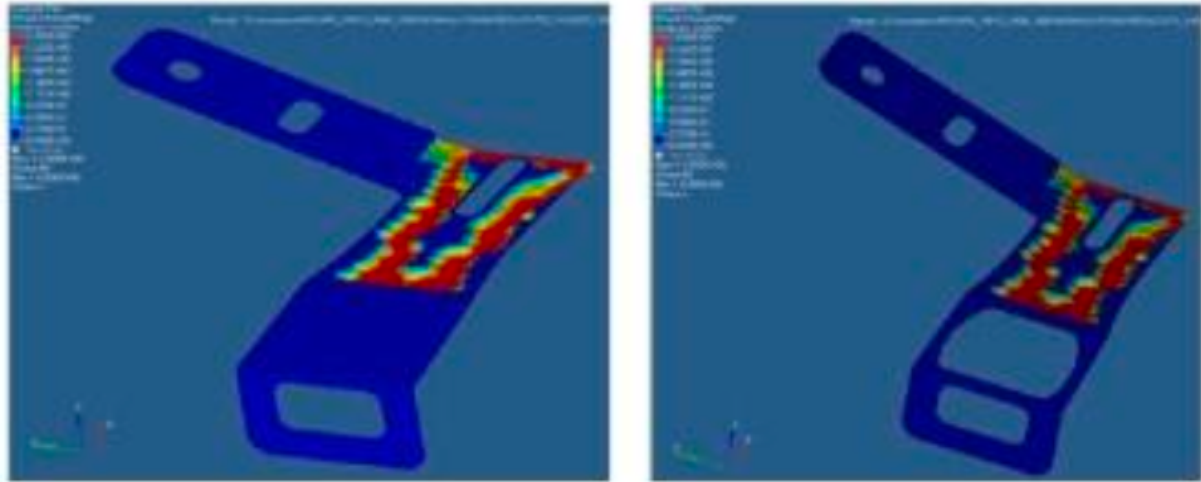


Figure 4 - Résultats de l'optimisation topologique et topographique.

L'analyse des résultats de cette première optimisation montre des zones de surcontraintes non autorisées pour ces cas de charge. Ces contraintes très élevées apparaissent dans la zone d'enlèvement de matière issue de l'optimisation topologique.

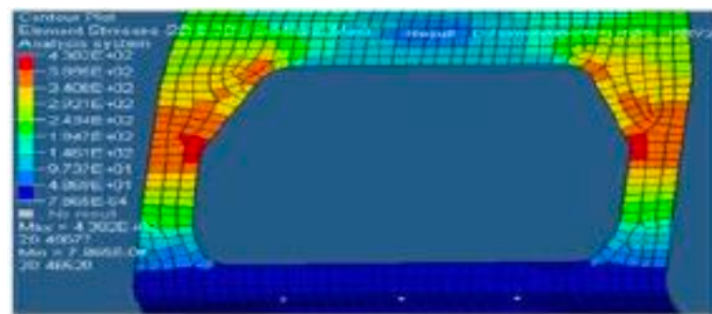


Figure 5 - Résultats de l'optimisation de forme

Une optimisation de forme est réalisée pour trouver une forme optimale de l'enlèvement de matière permettant de réduire les contraintes. A partir de la récupération des résultats topologique et topographique, une nouvelle mise en données est réalisée avec pour objectif la réduction des contraintes de la pièce. La *figure 5* présente les contraintes de Von Mises obtenues.

Après l'obtention des différents résultats issus de l'optimisation, un modèle CAO a été réalisé en intégrant plus finement les règles métiers d'emboutissage de la société NPL comme le présentent les résultats de la *figure 6*.

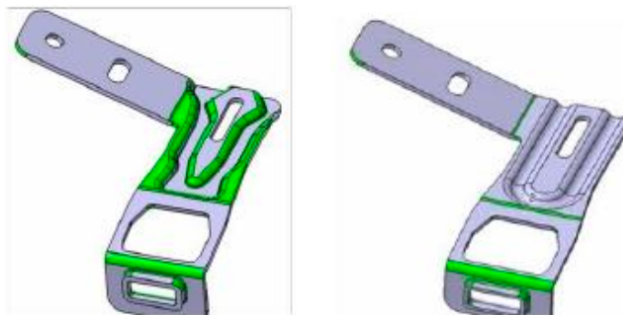


Figure 6 - Modélisation CAO du résultat de l'optimisation numérique. A gauche, modélisation CAO issue des résultats de l'optimisation. A droite, modèle CAO intégrant les connaissances métiers.

L'analyse de modèle et l'intégration des paramètres (coût de fabrication de l'outillage, tolérance géométrique, procédé de fabrication) de fabrication de la pièce conduisent à modifier la forme "théorique" issue de l'optimisation pour obtenir un modèle plus fabricable et moins coûteux (Figure 6).

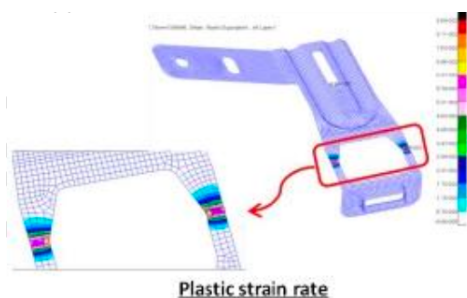


Figure 7 - Résultats de validation du modèle final

Afin de valider l'approche, un calcul non linéaire sur la nouvelle conception a été effectué (Figure 7).

La conception, la simulation et l'optimisation numériques sont des aspects stratégiques pour toute entreprise. Ils nécessitent une bonne compréhension de leurs avantages et limites en fonction du métier de l'entreprise.

Cas d'étude extrait du Guide [MICADO](#) "De la simulation à l'Optimisation Contexte, atouts et exemples pour les PME et les ETI", paru en décembre 2013.

Article initialement paru dans le [MICADO](#) Magazine #9 du mois de Novembre 2022, à retrouver sur l'[espace documentaire](#) de [MICADO](#).

[1] [ALLAIRE, 2005] : Allaire G., [*Analyse numérique et optimisation*](#), Editions de l'Ecole Polytechnique 2005.

[2] [ALLAIRE, 2006] : Allaire G., *Conception Optimale des Structures*, Springer 2006.

[3] [ALLAIRE, 2010] : Allaire G., *Introduction à l'optimisation des Structures, Cours de conception optimale de structures*, 2010.